Jurnal Pendidikan MIPA
Volume 13. Nomor 1, Maret 2023 | ISSN: 2088-0294 | e-ISSN: 2621-9166
https://doi.org/10.37630/jpm.v13i1.874

Identifikasi Powerful Hypergrup Pada Grup Siklik Melalui Perluasan Hyperoperasi Pada Hypergrup

Edi Kurniadi[1),*], **Diah Ayu Pratiwi**[1)], **Kankan Parmikanti**[1)]

[1)]Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Padjadjaran, Bandung, Indonesia

*Coresponding Author: edi.kurniadi@unpad.ac.id

Abstrak: Dalam artikel ini dipelajari powerful hypergrup dari suatu grup siklik. Tujuannya adalah untuk mengonstruksi powerful hypergrup dari suatu grup siklik dengan cara memperluar operasi binernya menjadi hyperoperasi. Penelitian ini menunjukkan bahwa jika G sembarang grup siklik dengan operasi biner $*$ maka melalui perluasan $*$ menjadi powerful hyperoperasi $*'_{ps}$ diperoleh bahwa $(G',*'_{ps})$ suatu powerful hypergrup. Untuk memperjelas hasil yang diperoleh, diberikan contoh grup siklik berorder 2 yang menjadi powerful hypergrup melalui perluasan operasi binernya menjadi hyperoperasi. Hasil penelitian ini selanjutnya dapat diaplikasikan pada kasus persilangan monohybrid atau dihybrid tanaman dan pewarisan gen darah ABO.

Kata Kunci: Hyperoperasi, Hypergrup, Grup Siklik, Powerfulhypergrup.

1. PENDAHULUAN

Teori hypergrup merupakan perluasan dari teori grup melalui perluasan pada operasi binernya. Dalam hal ini, notasi hypergrup diperoleh melalui perluasan grup (Davvaz, Nezhad, & Heidari, 2012). Dalam aljabar klasik operasi dua elemen dalam suatu grup merupakan elemen juga yang sekaligus termuat dalam grup tersebut. Berbeda dengan grup, dalam hypergrup operasi dua elemen adalah suatu himpunan tak hampa. Tentu saja hypergrup merupakan semihypergrup yang memenuhi hukum reproduksi. Sifat inilah yang menarik untuk dipelajari dan dapat diaplikasikan pada berbagai cabang ilmu seperti Biologi, Kimia, dan Fisika (Aghabozorgi, Jafarpour, & Davvaz, 2018). Teori hyperstruktur dan representasinya juga telah banyak dikaji (Vougiouklis, 1994). Oleh karena itu, sangat penting untuk mempelajari terlebih dahulu teori hypergrup khususnya yang berasal dari perluasan suatu grup.

Penjelasan tentang penerapan hypergrup pada bidang ilmu lain dapat dijelaskan sebagai berikut. Pada bidang Matematika hypergrup berkaitan dengan teori peluang, geometri, fuzzy hyperring (Davvaz, Fathi, & Salleh, Fuzzy hyperring (H_v-rings) based on Fuzzy universal sets, 2010), dan teori hypermodul (Corsini & Leoreanu, 2003). Pada bidang Biologi hypergrup berkaitan dengan pewarisan gen pada kasus n-hybrid atau persilangan baik yang sederhana maupun yang kompleks (Al Tahan & Davvaz, 2017) dan sifat-sifat genetiknya (Tamarin, 2001). Pada bidang Kimia misalnya berkaitan dengan rantai carbon ditinjau dari struktur grafnya.

Di sisi lain, tentunya untuk penerapan teori hypergrup pada bidang-bidang tersebut perlu memperdalam terlebih dahulu kajian teoritis hypergrup. Kajian-kajian teoritis tentang teori hypergrup tersebut sudah banyak diteliti oleh para peneliti seperti π-valenced hypergroups (Blau, 2022), solvable hypergroups (Vasil'ev & Zieschang, 2021), hyperstruktur dalam fuzzy (Leoreanu-Fotea, 2009), dan stringent hypergroups (Bowler & Ting-Su, 2021). Berbeda dengan kajian-kajian tersebut, dalam penelitian ini dipelajari tentang powerful hypergrup dari suatu hypergrup. Diberikan grup siklik kemudian dikonstruksi suatu hypergrupoid, semihypergrup, hypergrup, dan terakhir powerful hypergrup. Faktanya bahwa setiap grup adalah hypergrup (Aghabozorgi, Jafarpour, & Davvaz, 2018). Lebih jauh dalam penelitian ini diberikan contoh konkrit menghitung powerful hypergrup dari suatu grup siklik berorder dua.

Artikel ini diorganisasikan sebagai berikut: Bagian pertama pendahuluan memuat latar belakang atau *state of art* penelitian dan permasalahan penelitian hypergrup. Dalam bagian ini juga disampaikan juga landasan teori atau konsep pendukung seperti hyperstruktur, hypergrupoid, semihypergrup, hypergrup, dan powerful

 ISSN: 2088-0294 | e-ISSN: 2621-9166
https://doi.org/10.37630/jpm.v13i1.874

hypergrup. Bagian kedua menjelaskan tentang metode penelitian berupa studi literatur artikel-artikel terkait penelitian hypergrup. Bagian Ketiga menjelaskan tentang hasil dan pembahasan. Pada bagian ini diperoleh bahwa operasi biner suatu grupoid dapat diperluar menjadi hyperoperasi. Lebih jauh, sembarang grup siklik adalah powerful hypergrup. Bagian keempat adalah kesimpulan dan saran.

Dalam bagian ini dijelaskan terlebih dahulu tentang konsep-konsep dasar hypergrup yang akan digunakan dalam bagian hasil dan pembahasan sebagai berikut.

Definisi 1.1 (Aghabozorgi, Jafarpour, & Davvaz, 2018). *Misalkan A suatu himpunan tak hampa dan $\wp(A)|\emptyset$ himpunan semua himpunan bagian tak hampa dari A. Hyperoperasi pada A adalah suatu pemetaan yang didefinisikan oleh*

$$\circledast: A \times A \ni (x, y) \mapsto x \circledast y \in \wp(A)|\emptyset. \quad (1.1)$$

Dengan menggunakan Definisi 1.1, kita dapat mendefinisikan hyperoperasi pada $\wp(A)|\emptyset$ sebagai pemetaan yang diberikan oleh

$$\wp(A)|\emptyset \times \wp(A)|\emptyset \ni (A, B) \mapsto \bigcup_{a\in A, b\in B} a \circledast b \in \wp(A)|\emptyset\,. \quad (1.2)$$

Notasi $x \circledast A$ dan $A \circledast x$ diartikan sebagai $\{x\} \circledast A$ dan $A \circledast \{x\}$. Dengan demikian diperoleh $\{x\} \circledast A = \bigcup_{a\in A} x \circledast a$ dan $A \circledast \{x\} = \bigcup_{a\in A} a \circledast x$.

Definisi 1.2 (Al Tahan & Davvaz, 2017). *Misalkan $\circledast$ suatu hyperoperasi pada himpunan A.*

1. *Himpunan A dikatakan hypergrupoid jika A dilengkapi dengan suatu hyperoperasi $\circledast$.*
2. *Grupoid $(A, \circledast)$ dikatakan semihypergrup jika untuk semua $x, y, z \in A$ berlaku $x \circledast (y \circledast z) = (x \circledast y) \circledast z$.*
3. *Semihypergrup $(A, \circledast)$ dikatakan hypergrup jika untuk setiap $x \in A$ berlaku $x \circledast A = A \circledast x = A$.*

Definisi 1.3 (Davvaz, Nezhad, & Heidari, 2012). *Suatu hypergrupoid dikatakan $(A, \circledast)$ A_v −grup jika untuk setiap $x, y, z \in A$ berlaku kondisi berikut ini :*
1. $x \circledast (y \circledast z) \cap (x \circledast y) \circledast z \neq \emptyset$
2. $x \circledast A = A \circledast x = A$

2. METODE

Metode penelitian ini berupa studi literatur khususnya yang terkait dengan perluasan hasil yang sudah diperoleh dalam artikel Aghabozorgi, Jafarpour, & Davvaz, (2018). Langkah pertama diberikan grup siklik sembarang yang dilengkapi suatu operasi biner. Langkah ke dua, operasi biner tersebut diperluas menjadi hyperoperasi dan dikonstruksi hypergrupnya. Langkah ke tiga, hypergrup diperluar menjadi powerful hypergrup dengan cara mendefinisikan perluasan hyperoperasinya berkaitan dengan operasi biner grupnya. Berikut adalah gagasan tentang powerful hypergrup yang dikonstruksi dari suatu grup khususnya grup siklis.

Definisi 2.1 (Aghabozorgi, Jafarpour, & Davvaz, 2018). *Misalkan $\mathbb{N}$ himpunan semua bilangan asli dan untuk setiap $n \in \mathbb{N}, A_n = \{1,2,3, \dots, n\} \subset \mathbb{N}$. Misalkan*

$$A_n \times A_n \ni (a, b) \mapsto a \circledast b \in \wp(A_n)|\emptyset \quad (2.1)$$

Suatu hyperoperasi pada himpunan A_n. Untuk hyper operasi $\circledast$ didefinisikan hal-hal berikut ini :

1. $e_{kl} = (k, l)$ *dan* $D_i = \{e_{lk}\, ;\, i \in l \circledast k\}$ *untuk setiap* $(k, l, i) \in A_n \times A_n \times A_n = A_n^3$.
2. $e_{kl} = e_{pk}$ *jika dan hanya jika* $(k, l) = (p, q)$ *untuk setiap* $(k, l, p, q) \in A_n \times A_n \times A_n \times A_n = A_n^4$.

Karena A_n dilengkapi dengan hyperoperasi maka $(A_n, \circledast)$ suatu hypergrupoid. Hal inilah yang menjadi landasan untuk memperkenalkan notasi atau gagasan tentang poweful hypergrup.

Definisi 2.2 (Aghabozorgi, Jafarpour, & Davvaz, 2018). *Misalkan $A_n' = \{e_{kl}\, ;\, (k, l) \in A_n^2\}$. Hyperoperasi $\circledast_{ph}$ pada A_n' didefinisikan sebagai berikut:*

$$e_{kl} \circledast_{ph} e_{pq} = \bigcup_{i\in\{k,p\}\circledast\{l,q\}} D_i. \quad (2.2)$$

Notasi $\circledast_{ph}$ disebut powerful hyperoperasi sebagai perluasan dari hyperoperasi $\circledast$. Himpunan A_n' bersama-sama dengan powerful hyperoperasi $\circledast_{ph}$ kemungkinan akan mempunyai struktur powerful hypergrupoid, powerful

ISSN: 2088-0294 | e-ISSN: 2621-9166
https://doi.org/10.37630/jpm.v13i1.874

semyhypergrup, dan powerful hypergrup. Pernyataannya ini selanjutnya akan dibuktikan dalam Subbab Hasil dan Pembahasan.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam Subbab ini dibahas beberapa hasil terkait dengan powerful hypergrup. Hasil yang diperoleh dinyatakan dalam proposisi-proposisi dan sifat-sifat. Sedangkan pembahasan merupakan bukti dari pernyataan yang ada dalam proposisi dan sifat. Hasil pertama yang diperoleh dinyatakan dalam Proposisi berikut ini.

Proposisi 3.1 (Aghabozorgi, Jafarpour, & Davvaz, 2018)**.** *Misalkan* $(A_n, \circledast)$ *suatu hypergrupoid. Maka* $(A_n^{'}, \circledast_{ph})$ *suatu powerful hypergrupoid.*

Bukti. Definisikan pengaitan sebagai berikut

$$\circledast_{ph}: A_n' \times A_n' \ni (e_{kl}, e_{pq}) \mapsto e_{kl} \circledast_{ph} e_{pq} \in \wp(A_n')|\emptyset. \tag{3.1}$$

Menurut Persamaan (2.2), kita ketahui bahwa $e_{kl} \circledast_{ph} e_{pq} = \bigcup_{i \in \{k,p\} \circledast \{l,q\}} D_i$. Dengan hipotesis bahwa $(A_n, \circledast)$ suatu hypergrupoid dan dengan menghitung langsung $\{k, p\} \circledast \{l, q\}$, maka kita peroleh

$$i \in \{k, p\} \circledast \{l, q\} = (k \circledast l) \cup (k \circledast q) \cup (p \circledast l) \cup (p \circledast q).$$

Hal ini mengakibatkan himpunan $\{e_{kl}, e_{pq}\}$ merupakan himpunan bagian dari himpunan $\bigcup_{i \in \{k,p\} \circledast \{l,q\}} D_i$. Dengan kata lain, pengaitan dalam persamaan (3.1) di atas adalah suatu pemetaan. Jadi, $(A_n^{'}, \circledast_{ph})$ suatu powerful hypergrupoid

Selanjutnya hasil ke dua kita akan melengkapkan bukti bahwa sembarang grup dengan suatu operasi biner dapat diperluas menjadi suatu powerful hypergrup sebagai berikut :

Proposisi 3.2 (Aghabozorgi, Jafarpour, & Davvaz, 2018)**.** *Misalkan* $(A_n, *)$ *suatu grup. Maka* $(A_n^{'}, *_{ph})$ *suatu powerful semihypergrup.*

Bukti. Operasi biner $*$ kita perluas menjadi hyperoperasi dan untuk selanjutnya diperluas lagi menjadi powerful hyperoperasi $*_{ph}$. Akibatnya, $(A_n^{'}, *_{ph})$ mempunyai struktur powerful hypergrupoid. Selanjutnya tinggal kita buktikan bahwa $(A_n^{'}, *_{ph})$ suatu powerful semihypergrup. Misalkan e_{kl}, e_{pq}, dan e_{st} elemen-elemen di A_n'. Perhatikan bahwa

$$e_{kl} *_{ph} (e_{pq} *_{ph} e_{st}) = e_{kl} *_{pq} \left(\bigcup_{i \in \{k,p\} * \{l,q\}} D_i\right) \supseteq e_{kl} *_{ph} e_{p*q} = \{e_{kl} \,;\, (k, l) \in A_n^2\} = A_n'. \tag{3.2}$$

Dengan cara yang sama kita peroleh juga bahwa

$$A_n' = \{e_{kl} \,;\, (k, l) \in A_n^2\} = e_{k*l} *_{ph} e_{st} \subseteq (e_{kl} *_{ph} e_{pq}) *_{ph} e_{st}. \tag{3.3}$$

Dalam hal ini, $e_{k*l} = \{e_{ab} \,;\, k * l = a * b\}$. Dengan demikian, $(A_n^{'}, *_{ph})$ suatu powerful semihypergrup.

Hasil yang diperoleh dalam Proposisi 3.2 dapat diperluas untuk kasus sembarang grup siklik menjadi powerful hypergrup. Kita berikan terlebih dahulu contoh sederhana konstruksinya (Aghabozorgi, Jafarpour, & Davvaz, 2018) sebagai berikut.

Contoh 3.3. Diberikan grup siklik $\mathbb{Z}_2 = \{0,1\}$ yaitu grup modulo dua terhadap operasi penjumlahan modulo dua $+_2$. Operasi biner $+_2$ diperluas hyperoperasi $+'_2$ dan hyperoperasi $+'_2$ kita perluas menjadi powerful hyperoperasi $+_{2_{ps}}$. Himpunan $\mathbb{Z}_2' = \{e_{00}, e_{01}, e_{10}, e_{11}\}$. Terhadap powerful hyperoperasi $+_{2_{ps}}$, himpunan $\mathbb{Z}_2'$ membentuk powerful hyper grup. Perhatikan bahwa

$$e_{00} +_{2_{ps}} e_{00} = \bigcup_{i \in \{0,0\} +'_2 \{0,0\} = \{0\}} D_i = D_0.$$

Berdasarkan Definisi 2.1, kita peroleh bahwa $D_0 = \{e_{kl} \,; 0 \in k +'_2 l\}$ dengan $k +'_2 l = \{k, l\}$. Karena $0 \in k +'_2 l$ maka terhadap operasi biner $+_2$ diperoleh $k = l = 0$ dan $k = l = 1$. Jadi, kita peroleh

$$e_{00} +_{2_{ps}} e_{00} = \bigcup_{i \in \{0,0\} +'_2 \{0,0\}} D_i = D_0 = \{e_{00}, e_{11}\}.$$

ISSN: 2088-0294 | e-ISSN: 2621-9166
https://doi.org/10.37630/jpm.v13i1.874

Kasus $e_{11}+_{2ps}e_{11}$ dapat dihitung dengan menggunakan cara yang sama, sehingga kita peroleh hasil sebagai berikut :

$$e_{11}+_{2ps}e_{11} = \bigcup_{i\in\{1,1\}+'_2\{1,1\}=\{0\}} D_i = D_0 = \{e_{00}, e_{11}\}.$$

Sekarang perhatikan untuk kasus $e_{01}+_{2ps}e_{01}$. Hasil hyperoperasi $\{0,0\}+'_2\{1,1\} = (0+'_2 1) \cup (0+'_2 1) \cup (0+'_2 1) \cup (0+'_2 1) = \{1\}$. Dengan demikian,

$$e_{01}+_{2ps}e_{01} = \bigcup_{i\in\{0,0\}+'_2\{1,1\}=\{1\}} D_i = D_1.$$

Himpunan $D_1 = \{e_{kl}\,; 1 \in k +'_2 l\} = \{e_{01}, e_{10}\}$. Jadi, $e_{01}+_{2ps}e_{01} = \{e_{01}, e_{10}\}$. Berikutnya kita hitung juga hasil $e_{00}+_{2ps}e_{01}$. Himpunan $\{0,0\}+'_2\{0,1\} = (0+'_2 0) \cup (0+'_2 1) \cup (0+'_2 0) \cup (0+'_2 1) = \{0,1\}$. Oleh karena itu,

$$e_{00}+_{2ps}e_{01} = \bigcup_{i\in\{0,0\}+'_2\{0,1\}=\{0,1\}} D_i = D_0 \cup D_1 = \{e_{00}, e_{11}, e_{01}, e_{10}\} = \mathbb{Z}'_2.$$

Keseluruhan hasi perhitungan dapat dilihat dalam Tabel 1 berikut ini

Tabel 1. Powerful Hyperoperasi $+_{2ps}$ pada $\mathbb{Z}'_2$.

$+_{2ps}$	e_{00}	e_{01}	e_{10}	e_{11}
e_{00}	D_0	$\mathbb{Z}'_2$	$\mathbb{Z}'_2$	$\mathbb{Z}'_2$
e_{01}	$\mathbb{Z}'_2$	D_1	$\mathbb{Z}'_2$	$\mathbb{Z}'_2$
e_{10}	$\mathbb{Z}'_2$	$\mathbb{Z}'_2$	D_1	$\mathbb{Z}'_2$
e_{11}	$\mathbb{Z}'_2$	$\mathbb{Z}'_2$	$\mathbb{Z}'_2$	D_0

Dengan $D_0 = \{e_{00}, e_{11}\}, D_1 = \{e_{01}, e_{10}\}$, dan $\mathbb{Z}'_2 = D_0 \cup D_1 = \{e_{00}, e_{11}, e_{01}, e_{10}\}$. Powerful hyperoperasi $+_{2ps}$ bersifat asosiatif maka $\mathbb{Z}'_2$ merupakan powerful semihypergrup.

Karena untuk setiap $e_{kl} \in \mathbb{Z}'_2$ berlaku $\mathbb{Z}'_2+_{2ps}e_{kl} = e_{kl}+_{2ps}\mathbb{Z}'_2 = \{e_{kl}\}+_{2ps}\mathbb{Z}'_2 = \bigcup_{e_{pq}\in\mathbb{Z}'_2}(e_{kl} +_{2ps} e_{pq}) = \mathbb{Z}'_2$, maka himpunan $\mathbb{Z}'_2$ bersama-sama dengan powerful hyperoperasi $+_{2ps}$ suatu powerful hypergrup. Lebih jauh, powerful hyperoperasi $+_{2ps}$ bersifat komutatif. Jadi, himpunan $(\mathbb{Z}'_2, +_{2ps})$ suatu powerful hypergrup komutatif.

Proposisi 3.4. *Grup siklis* $(\mathbb{Z}_n, +_n)$ *untuk* $n \geq 2$ *dapat diperluas menjadi powerful hypergrup komutatif* $(\mathbb{Z}'_n, +_{nps})$ *dengan*

$$\mathbb{Z}'_n = \{e_{kl}\,;\,(k,l) \in \mathbb{Z}_n^2\} =$$
$$\{e_{00}, e_{01}, e_{02}, \dots, e_{0(n-1)}, e_{10}, e_{11}, \dots, e_{1(n-1)}, \dots, e_{(n-1)0}, e_{(n-1)1}, \dots, e_{(n-1)(n-1)}\}.$$

Bukti. Dengan menggunakan hasil dalam contoh 3.3, operasi biner $+_n$ pada $\mathbb{Z}_n$ diperluas menjadi hyperoperasi $+'_n$ pada $\mathbb{Z}_n$ dan diperluas kembali menjadi powerful hyperoperasi $+_{nps}$ pada $\mathbb{Z}'_n$. Dengan demikian, $(\mathbb{Z}'_n, +_{nps})$ suatu powerful hypergrupoid. Sifat asosiatif dan komutaif $\mathbb{Z}'_n$ diwariskan dari sifat grup $\mathbb{Z}_n$ sehingga $\mathbb{Z}'_n$ merupakan powerful semihypergrup komutatif. Sekarang misalkan e_{kl} elemen sembarang di $\mathbb{Z}'_n$ dengan $0 \leq k, l \leq n-1$. Kita buktikan bahwa $\mathbb{Z}'_n +_{nps} e_{kl} = \mathbb{Z}'_n = e_{kl} +_{nps} \mathbb{Z}'_n$. Menggabungkan Persamaan (1.2) dan (2.2) kita peroleh

$$\mathbb{Z}'_n +_{nps} e_{kl} = \bigcup_{e_{pq}\in\mathbb{Z}'_n} \left(e_{pq} +_{nps} e_{kl}\right).$$

Di sisi lain, untuk setiap $e_{pq} \in \mathbb{Z}'_n$ diperoleh bahwa

$$e_{pq} +_{nps} e_{kl} = \bigcup_{i\in\{p,k\}+'_2\{q,l\}} D_i.$$

ISSN: 2088-0294 | e-ISSN: 2621-9166
https://doi.org/10.37630/jpm.v13i1.874

Artinya untuk setiap $(p,q,k,l) \in \mathbb{Z}_n^4$, kita dapat memilih i sedemikian sehingga gabungan semua himpunan D_i sama dengan $\mathbb{Z}'_n$. Dengan kata lain,

$$\mathbb{Z}'_n +_{n_{ps}} e_{kl} = \bigcup_{e_{pq} \in \mathbb{Z}'_n} \left(e_{pq} +_{n_{ps}} e_{kl}\right) = \bigcup_{e_{pq} \in \mathbb{Z}'_n} \left[\bigcup_{i \in \{p,k\} +'_2 \{q,l\}} D_i \right] = D_0 \cup D_1 \cup D_2 \cup \cdots \cup D_{n-1} = \mathbb{Z}'_n .$$

Dengan cara yang sama dapat kita buktikan untuk kasus $e_{kl} +_{n_{ps}} \mathbb{Z}'_n = \mathbb{Z}'_n$. Oleh karena itu, himpunan $(\mathbb{Z}'_n, +_{n_{ps}})$ adalah suatu powerful hypergrup komutatif.

4. SIMPULAN

Operasi biner suatu grup dapat diperluas menjadi sutu hyperoperasi. Struktur aljabar yang diperoleh adalah hypergrupoid, semihypergrup, dan hypergrup. Hyperoperasi selanjutnya dapat diperluas menjadi powerful hyperoperasi dan dengan syarat tertentu diperoleh gagasan powerful hypergrup. Dalam penelitian ini telah dibuktikan bahwa grup siklis dapat diperluas menjadi powerful hypergrup dengan cara memperluas hyperoperasi menjadi powerful hyperoperasi. Telah dibuktikan bahwa himpunan $(\mathbb{Z}'_n, +_{n_{ps}})$ adalah suatu powerful hypergrup komutatif sebagai hasil perluasan dari grup siklis $(\mathbb{Z}_n, +_n)$ untuk $n \geq 2$. Hasil penelitian ini selanjutnya dapat diaplikasikan pada kasus persilangan monohybrid atau dihybrid tanaman dan pewarisan gen golongan darah A, B, dan O.

Daftar Pustaka

Aghabozorgi, H., Jafarpour, M., & Davvaz, B. (2018). On some classes of hypergroups. *Cogent Mathematics & Statistics*, 2558-2574.

Al Tahan, M., & Davvaz, B. (2017). Algebraic hyperstructures associated to biological inheritance . *Mathematical Biosciences*, 112-118.

Blau, H. (2022). The \pi-radical and Hall's theorems for residually thin and \pi-valenced hypergroups, table algebras, and association shemes. *Journal of Algebra*, 279-301.

Bowler, N., & Ting-Su. (2021). Classification of doubly distributive skew hyperfield and stringent hypergroups. *Journal of Algebra*, 669-698.

Corsini, P., & Leoreanu, V. (2003). *Application of Hyperstructure Theory.* Dordrecht: Kluwer Academic Publisher.

Davvaz, B., Fathi, M., & Salleh, A. (2010). Fuzzy hyperring (H_v-rings) based on Fuzzy universal sets. *Information Sciences*, 3021-3032.

Davvaz, B., Nezhad, A., & Heidari, M. (2012). Inheritance examples of algebraic hyperstructures. *Information Sciences*, 180-187.

Leoreanu-Fotea, V. (2009). A new type of fuzzy n-ary hyperstructures. *Information Sciences*, 2710-2718.

Tamarin, R. (2001). *Principal of Genetics.* The McGraw-Hill Companies.

Vasil'ev, A., & Zieschang, P.-H. (2021). Solvable hypergroups and a generalization of Hall's theorems on finite solvable groups to association schemes. *Journal of Algebras*, 733-750.

Vougiouklis, T. (1994). *Hyperstructures and their representations.* Palm Harbor: Hardonic Press.