



Analisis Kesalahan Kastolan: Studi pada Materi Turunan Fungsi Trigonometri, Implisit, dan Eksponensial

Sumargiyani

Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Ahmad Dahlan

Corresponding author: sumargiyani@pmat.uad.ac.id

ABSTRAK

Kegagalan mahasiswa dalam menyelesaikan masalah kalkulus diferensial sering kali bukan hanya disebabkan oleh kesalahan prosedural, tetapi disebabkan oleh pemahaman konsep yang belum mendalam. Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal kalkulus pada materi turunan fungsi trigonometri, turunan fungsi implisit, dan turunan fungsi eksponensial. Penelitian ini menggunakan pendekatan deskriptif kualitatif dan kuantitatif dengan subjek 21 mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Ahmad Dahlan tahun akademik 2025/2026. Data dikumpulkan melalui dokumentasi hasil pekerjaan mahasiswa pada Ujian Akhir Semester (UAS) yang kemudian dianalisis menggunakan tahapan Kastolan yang meliputi kesalahan konseptual, kesalahan prosedural, dan kesalahan teknik. Hasil penelitian menunjukkan bahwa secara akumulatif, kesalahan prosedural menjadi kendala utama (66,7%), disusul oleh kesalahan konseptual (58,7%), dan kesalahan teknik (42,9%). Faktor penyebab kesalahan meliputi ketidakmampuan mahasiswa dalam menghafal rumus turunan, kurangnya penguasaan aturan rantai dan aturan perkalian, serta ketidakteelitian dalam manipulasi aljabar dan penulisan notasi matematika. Temuan ini diharapkan dapat berkontribusi dalam pengembangan strategi pembelajaran yang lebih efektif untuk membantu mahasiswa menguasai materi kalkulus diferensial.

Kata Kunci: Analisis Kesalahan; Kalkulus Diferensial; Kastolan; Turunan

This is an open access article under the CC - BY license.



PENDAHULUAN

Kalkulus merupakan fondasi matematika bagi berbagai disiplin ilmu yang berperan dalam pengembangan kemampuan analitis serta pemecahan masalah (Danil et al., 2025). Secara khusus, kalkulus diferensial berfokus pada konsep fungsi, limit, kontinuitas, serta turunan yang mendasari analisis laju (Mandailina et al., 2022). Fokus utama pada bidang ini adalah penentuan gradien atau kemiringan garis singgung pada suatu titik tertentu di kurva fungsi, yang menjadi alat esensial dalam pemecahan masalah matematika (Narpila et al., 2025; Hajizah & Salsabila, 2024; Septiani & Harisman, 2025).

Kalkulus diferensial merupakan matakuliah wajib mahasiswa semester 1 pada program studi pendidikan matematika universitas Ahmad Dahlan dengan bobot 3 sks sebagai matakuliah prasyarat pada matakuliah kalkulus integral dan kalkulus lanjut. Ruang lingkup materi yang diajarkan setelah ujian tengah semester meliputi turunan dan aplikasi turunan. Setelah menempuh mata kuliah kalkulus diferensial materi turunan dan aplikasinya diharapkan mahasiswa menguasai pengetahuan faktual, konseptual, prosedural maupun metakognitif matematika analisis. Mahasiswa yang sudah memahami materi dengan baik, mampu menjelaskan definisi, membuktikan sifat-sifat dan teorema pada materi turunan serta mampu menerapkan dalam penyelesaian masalah. Demikian sebaliknya, mahasiswa yang belum sepenuhnya memahami turunan dan aplikasinya akan lebih besar kemungkinan untuk melakukan kesalahan-kesalahan berupa kesalahan konseptual, prosedural maupun teknik dan mahasiswa lebih cenderung gagal dalam memecahkan masalah kalkulus diferensial.

Berdasarkan hasil Ujian Tengah Semester (UTS) mata kuliah Kalkulus Diferensial, diperoleh nilai rata-rata sebesar 52,75 dengan standar deviasi yang cukup tinggi, yaitu 30,91. Tingginya standar deviasi ini merepresentasikan kemampuan mahasiswa yang sangat heterogen dan menunjukkan adanya kesenjangan

pemahaman yang lebar antarindividu. Kesenjangan tersebut mengindikasikan adanya variasi pola kesalahan yang kompleks, sehingga diperlukan analisis kesalahan yang mendalam untuk memetakan apakah kendala mahasiswa bersifat prosedural atau justru berasal dari kesalahan konseptual. Ada mahasiswa yang mendapatkan skor sangat tinggi, namun banyak pula yang mendapatkan skor sangat rendah. Setelah dikonfirmasi berupa wawancara sebagian besar mahasiswa menyatakan menyatakan bahwa matakuliah kalkulus diferensial merupakan matakuliah yang sulit untuk dipahami. Hasil wawancara ini juga sejalan dengan penelitian (Zamista et al., 2020) besar mahasiswa menyatakan kalkulus adalah mata kuliah yang sulit dipahami. Materi yang sulit dipahami adalah konsep dalam kalkulus yang sulit dipahami oleh mahasiswa (Ijuddin & Fitriawan, 2022). Kondisi ini menunjukkan pentingnya segera melakukan evaluasi cara mengajar yang digunakan; jika tidak segera diperbaiki dengan pendekatan yang lebih tepat, ketimpangan kemampuan ini akan terus menghambat mahasiswa dalam menguasai materi kalkulus diferensial dan materi pada mata kuliah yang lain kedepannya.

Analisis terhadap kesalahan penyelesaian soal turunan telah dipetakan melalui berbagai perspektif. Rusyda et al. (2022) mengidentifikasi dominasi kesalahan pada tahap *encoding*, keterampilan proses, dan transformasi. Sementara itu, Suciati & Mailili, (2022) menemukan bahwa hampir separuh mahasiswa (47%) masih terjebak pada kesalahan konsep fundamental. Data tersebut diperkuat oleh temuan (Apriliyanto, 2019) yang menunjukkan kegagalan masif pada tahap penyelesaian akhir (55%) hingga pengecekan kembali (100%). Namun, sebagian besar penelitian tersebut masih berfokus pada aturan turunan dasar dan fungsi aljabar sederhana. Terdapat kekosongan literatur mengenai pemetaan kesalahan pada topik-topik kalkulus yang memiliki kompleksitas kognitif lebih tinggi, seperti fungsi eksponensial, implisit, dan trigonometri. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan mengisi celah tersebut dengan mengeksplorasi secara spesifik karakteristik kesalahan mahasiswa pendidikan matematika pada ketiga materi krusial tersebut guna memberikan gambaran diagnostik yang lebih komprehensif.

Analisis kesalahan penyelesaian soal turunan dapat dilakukan melalui metode Kastolan. Metode ini mengidentifikasi kesalahan, yakni: kesalahan konseptual, kesalahan prosedural, dan kesalahan teknik (Raharti & Yuniarta, 2020). Relevansi metode ini telah dibuktikan oleh sejumlah penelitian terdahulu, di antaranya Soesanto, (2021) yang mengkaji kesalahan mahasiswa pada mata kuliah Aljabar Linear, serta Vhantoria, (2022) yang menganalisis kekeliruan dalam penyelesaian soal ketaksamaan nilai mutlak. Selain itu, Sumargiyani & Ainurrahman, (2024) menerapkan model ini pada materi luas daerah bidang datar, yang kemudian dilanjutkan oleh Sumargiyani, (2025) dalam menganalisis kesalahan penyelesaian soal volume benda putar. Penelitian terdahulu menunjukkan bahwa analisis Kastolan efektif untuk mendiagnosis kesalahan mahasiswa. Oleh karena itu, penelitian ini menerapkan tahapan Kastolan untuk memetakan kesalahan mahasiswa pada topik turunan fungsi trigonometri, implisit, dan eksponensial dalam mata kuliah Kalkulus Diferensial.

METODE

Penelitian ini menggunakan pendekatan deskriptif dengan metode campuran (*mixed methods*) untuk memberikan gambaran komprehensif mengenai kesalahan mahasiswa. Struktur metodologi penelitian diuraikan sebagai berikut:

Jenis Penelitian

Penelitian deskriptif kuantitatif-kualitatif. Pendekatan kuantitatif digunakan untuk memetakan persentase jenis kesalahan (konseptual, prosedural, dan teknik), sedangkan pendekatan kualitatif digunakan untuk mendeskripsikan faktor penyebab kesalahan tersebut.

Subjek Penelitian

Mahasiswa semester satu Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Ahmad Dahlan tahun akademik 2025/2026 yang berjumlah 21 orang.

Instrumen Penelitian

Instrumen penelitian ini meliputi lembar soal Ujian Akhir Semester (UAS) materi turunan dan pedoman analisis kesalahan yang diadaptasi dari prosedur Kastolan. Pedoman ini digunakan sebagai instrumen utama untuk mengklasifikasikan kesalahan mahasiswa ke dalam tiga kategori, yaitu: kesalahan konseptual (ketidapahaman prinsip), kesalahan prosedural (ketidaksesuaian langkah penyelesaian), dan kesalahan teknik

(kecerobohan dalam manipulasi aljabar atau komputasi). Adapun sumber data dalam penelitian ini adalah dokumen hasil pekerjaan mahasiswa pada tiga butir soal materi turunan (Tabel 1).

Tabel 1. Soal Turunan

Soal	Sub materi	Soal
1	Turunan fungsi trigonometri	Carilah turunan pertama ($\frac{dy}{dx}$) dari $y = \tan^3(x^2 + 1)^2$
2	Turunan fungsi implisit	Carilah sturunan pertama ($\frac{dy}{dx}$) dari $x^3y^2 + 3xy = 10$
3	Turunan fungsi eksponensial	Diketahui $y = e^{3x-1} + 5^{2x}$ tentukan nilai $\frac{dy}{dx}$ di $x = 0$

Teknik Analisis Data: Data dianalisis secara kualitatif dengan mengategorikan jawaban mahasiswa ke dalam tiga tahapan kesalahan Kastolan. Selanjutnya, analisis kuantitatif diterapkan untuk menghitung frekuensi dan persentase pada masing-masing tipe kesalahan tersebut.

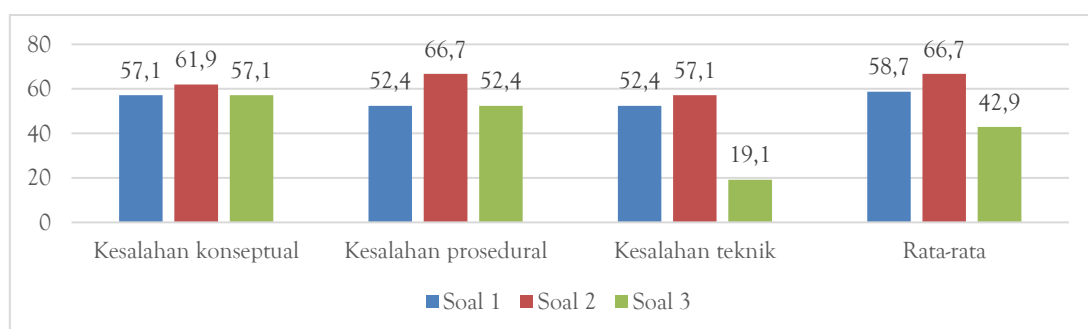
Analisis data dilakukan sesuai pedoman dengan jalan mengkategorikan kesalahan pekerjaan mahasiswa sesuai tabel 2. Pedoman ini sesuai dengan (Ayu et al., 2023; Bauk et al., 2022) dengan sedikit melakukan revisi yang disesuaikan dengan soal.

Tabel 2. Tahapan Kastolan Berdasarkan Jenis Kesalahan

Jenis tahapan Kastolan	Jenis Kesalahan Mahasiswa
Kesalahan konseptual	Mahasiswa tidak menuliskan rumus yang digunakan atau tidak dapat memilih rumus yang benar.
Kesalahan prosedural	Mahasiswa tidak mampu dalam mengorganisasikan langkah-langkah penyelesaian masalah secara sistematis, terjadi kekeliruan dalam menerapkan rumus turunan, metode penyelesaian yang digunakan tidak sesuai, kegagalan dalam menyajikan informasi pendukung.
Kesalahan teknik	Mahasiswa melakukan kekeliruan komputasi dan ketelitian yang meliputi kesalahan operasi hitung aritmatika dasar, ketidaktepatan dalam memanipulasi aljabar atau mengekuivalenkan persamaan baik sebelum maupun sesudah proses penurunan, serta kesalahan menuliskan variabel, koefisien, pangkat, atau konstanta saat beralih dari satu langkah pengerjaan ke langkah berikutnya.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Ada sebanyak 21 lembar hasil pekerjaan mahasiswa UAS Kalkulus Diferensial. Kesalahan hasil pekerjaan materi turunan yang dilakukan mahasiswa berdasarkan kesalahan konseptual, kesalahan prosedural, dan kesalahan teknik disajikan pada Gambar 1.



Gambar 1. Persentase Kesalahan Mahasiswa Pada Materi Turunan

Berdasarkan hasil analisis data pada Gambar 1, ditemukan bahwa kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan persoalan turunan memiliki karakteristik yang beragam ditinjau dari jenis fungsinya. Secara akumulatif, kesalahan prosedural (66,7%) menempati kategori tinggi dan menjadi kendala utama, disusul oleh kesalahan konseptual (58,7%) pada kategori sedang, serta kesalahan teknik (42,9%) yang juga berada pada kategori sedang. Tingginya angka kesalahan prosedural mengindikasikan bahwa mahasiswa sering kali mengalami hambatan dalam menyusun langkah-langkah penyelesaian yang runtut, terutama dalam menerapkan aturan rantai atau perkalian fungsi. Hasil ini sesuai dengan penelitian Ufa & Kartini, (2021) yang menyatakan

kesalahan disebabkan karena langkah-langkah penyelesaian yang dilakukan tidak runtut dan (Afdila & Roza, 2018) menyatakan kesalahan yang dilakukan karena menghafal rumus saja, dan Hakim et al., (2021) kesalahan terjadi karena kurang teliti dan tidak mengecek hasil pekerjaan.

Pada soal 1 materi turunan fungsi trigonometri, ketiga jenis kesalahan: kesalahan konseptual (57,1%), prosedural (52,4%), dan teknik (57,1%) menunjukkan relatif seimbang. Hal ini menunjukkan bahwa kesulitan mahasiswa dalam materi turunan fungsi trigonometri bersifat menyeluruh. Pada materi turunan fungsi implisit (Soal 2), kesalahan prosedural muncul sebagai hambatan yang besar dibanding yang lain, dengan persentase sebesar 66,7%. Meskipun mahasiswa mungkin memahami konsep dasar turunan, tetapi mahasiswa mengalami kesulitan dalam melakukan langkah-langkah penyelesaian secara konsisten. Berbeda dengan dua jenis fungsi sebelumnya, pada soal 3 materi fungsi eksponensial, kesalahan pada aspek teknis cukup kecil. Meskipun kesalahan prosedural (57,1%) dan konseptual (52,4%) masih cukup tinggi, kesalahan teknik tercatat sangat rendah, yakni hanya 19,1%.

Turunan Fungsi Trigonometri

Berdasarkan hasil pekerjaan mahasiswa pada penyelesaian turunan fungsi trigonometri, ditemukan beberapa kekeliruan mendasar yang mencakup aspek konseptual, prosedural, hingga teknis. Seperti hasil pekerjaan yang disajikan pada Gambar 2.

$$\begin{array}{l}
 1. \ y = \tan^3 (x^2 + 1)^2 \\
 u = \tan^3 \qquad \qquad \qquad u' = (3 \tan^2) (\sec^2)^2 \\
 v = (x^2 + 1)^2 \qquad \qquad \qquad v' = (2x) \cdot 2(x^2 + 1) \\
 \hline
 y' = (3 \tan^2 \sec^2)^2 (x^2 + 1)^2 (\tan^3 (2x) \cdot 2(x^2 + 1))
 \end{array}$$

Gambar 2. Kesalahan pada Materi Aturan Rantai pada Fungsi Trigonometri Berpangkat.

Secara konseptual, mahasiswa berusaha menggunakan fungsi komposisi dengan memisalkan $v = (x^2 + 1)^2$ dan $u = \tan^3$. Kesalahan yang dilakukan adalah menuliskan \tan^3 didefinisikan sebagai fungsi tanpa argumen, padahal dalam kalkulus, fungsi trigonometri harus melekat pada suatu sudut atau input tertentu agar bermakna secara matematis, seharusnya menulis $u = \tan^3 v$. Kesalahan prosedural terjadi ketika menurunkan $u = \tan^3 v$, oleh karena mahasiswa tidak menuliskan secara lengkap $u = \tan^3 v$ sehingga hasil yang diperoleh menjadi $u' = 3 \tan^2 (\sec^2)^2$ yang tidak bermakna. Mahasiswa mencoba menurunkan komponen secara terpisah namun gagal menyatukannya kembali menggunakan prinsip. Pada hasil baris terakhir y' hasil yang diperoleh menunjukkan kebingungan dalam membedakan antara pangkat fungsi dan turunan fungsi itu sendiri. Mahasiswa mengalami kesalahan dalam urutan penurunan dari pangkat terluar ke fungsi terdalam. Kesalahan teknis terjadi pada penulisan notasi matematika pada hasil akhir sangat tidak konsisten. Penggunaan tanda kurung yang tumpang tindih serta peletakan variabel yang menunjukkan mahasiswa kurang teliti. Kesalahan juga tampak pada hasil akhir yang tanpa mengikuti operasi perkalian aturan rantai yang benar.

Kesalahan mahasiswa dalam menentukan turunan fungsi trigonometri juga terjadi seperti yang disajikan pada Gambar 3.

$$\begin{array}{l}
 1. \ y = \tan^3 ((x^2 + 1)^2) \\
 \frac{dy}{dx} = -2x + 1 \tan^3 - (2(x^2 + 1) \cdot (x^2 + 1)^2) \cdot 3 \sec^2
 \end{array}$$

Gambar 3. Kesalahan dalam Menurunkan dan Menerapkan Aturan Rantai

Kesalahan hasil pekerjaan pada Gambar 3 adalah ketidakmampuan mahasiswa dalam menguraikan fungsi komposisi. Secara konsep mahasiswa sudah paham akan melakukan turunan fungsi dengan menerapkan aturan rantai. Namun, mahasiswa terkendala pada penggunaan rumus turunan. Hasil dari turunan $(x^2 + 1)$ menghasilkan $\frac{-2x+1}{1}$ ini merupakan suatu kesalahan. Turunan dari $\tan^3(x^2 + 1)^2$ hasilnya ditulis $\tan^3 - (2(x^2 + 1))$ hasil ini menunjukkan ketidakjelasan aturan dan rumus yang digunakan. Begitu juga dalam menurunkan $\tan(x^2 + 1)$ hasilnya tertulis $3 \sec^2$ yang tidak jelas rumus yang digunakan. Jawaban pada Gambar 3 menunjukkan kurangnya pemahaman mahasiswa dalam menggunakan aturan rantai dan penguasaan pada rumus dasar turunan yang kurang. Kesalahan teknis juga dilakukan mahasiswa yang tidak teliti dalam penggunaan tan dan sec yang seharusnya diikuti dengan suatu input tertentu agar bermakna secara matematis

Turunan Fungsi Implisit

Pada soal turunan fungsi implisit kesalahan mahasiswa terbesar pada kesalahan prosedural (66,7%), selanjutnya kesalahan konseptual (61,9%) dan yang terendah kesalahan teknik (57,1%). Contoh hasil pekerjaan mahasiswa pada turunan fungsi implisit disajikan pada Gambar 4 berikut.

$$\begin{aligned}
 2 \cdot x^3 y^2 + 3xy &= 10 \\
 y' &= 3x^2 \cdot 2y + 3x \\
 y &= 6x - 2y + 3x \\
 &= 9x - 2y \\
 \frac{dx}{dy} &= \frac{9}{2}
 \end{aligned}$$

Gambar 4. Kesalahan Konsep pada Soal Turunan Fungsi Implisit

Gambar 4 kesalahan paling mendasar terletak pada kegagalan memahami diferensiasi implisit. Subjek nampaknya memandang variabel x dan y sebagai variabel yang terpisah, padahal dalam persamaan $x^3y^2 + 3xy = 10$ ini variabel y merupakan fungsi dari x . Akibatnya dalam penggunaan aturan rantai dan aturan perkalian di saat menurunkan setiap suku menjadi salah. Ketidakpahaman konseptual ini juga terlihat pada munculnya y' dan pada turunan angka 10 yang seharusnya bernilai 0. Kesalahan prosedural berawal dari ketidakpahaman mengenai aturan rantai dan aturan perkalian. Pada jawaban tertulis y' yang secara urutan pengerjaan tidak diketahui asal dari ditemukan y' tersebut. Begitu juga pada tahapan menurunkan x^3y^2 terjadi suatu kesalahan jelas tidak mengikuti aturan perkalian. Pada suku xy tidak dilakukan proses turunan dan pada konstanta 10 juga tidak dilakukan turunan. Pada hasil terakhir tertulis $\frac{dx}{dy} = \frac{9}{2}$ yang jelas salah, karena hasil tersebut tidak diawali dari prosedur yang benar. Secara teknis kekeliruan dalam manipulasi aljabar dan penulisan notasi matematika. Penulisan $y' = 3x^2 2y + 3x$ menunjukkan kerancuan teknis dalam menerapkan rumus turunan pangkat. Terdapat kelemahan pada aspek sistematika penulisan, di mana penyajian hasil perhitungan tidak diawali dengan keterangan yang jelas mengenai variabel yang diturunkan. Pada hasil yang tertera $\frac{dx}{dy} = \frac{9}{2}$ yang muncul tiba-tiba menjadikan terjadinya interpretasi yang ambigu dan sulit dipertanggungjawabkan secara matematis.

Kesalahan dalam menentukan turunan fungsi implisit juga terjadi seperti pada Gambar 5 berikut.

$$\begin{aligned}
 2 \cdot \left(\frac{dy}{dx}\right) \cdot x^3 y^2 + 3xy &= 10 \\
 \frac{dy}{dx} &= 3x^2 \cdot 2y \left(\frac{dy}{dx}\right) + (3)(1) = 0
 \end{aligned}$$

Gambar 5. Kesalahan dalam Turunan Implisit

Hasil pada Gambar 5, mahasiswa melakukan kesalahan konseptual dalam mengidentifikasi variabel x dan y dalam suku x^3y^2 dan $3xy$ merupakan hubungan perkalian fungsi yang memerlukan penerapan Aturan Perkalian (*Product Rule*). Kesalahan ini terjadi karena mahasiswa tidak memahami prinsip dasar bahwa jika y adalah fungsi dari x maka turunan dari y^n harus melibatkan komponen dy/dx melalui aturan rantai. Mahasiswa menuliskan simbol dy/dx sebagai operator di luar persamaan, yang menunjukkan miskonsepsi bahwa turunan adalah elemen yang "ditempelkan" secara eksternal, bukan hasil operasi diferensiasi simultan di kedua ruas. Mahasiswa sudah benar dalam menurunkan konstanta 10 menjadi nol (0) pada ruas kanan.

Dalam tahap prosedural, mahasiswa menunjukkan ketidakmampuan dalam menyusun langkah-langkah penyelesaian. Meskipun mahasiswa mencoba melakukan diferensiasi, langkah-langkah yang diambil tidak memiliki landasan. Pada jawaban baris kedua ketika melakukan penurunan seharusnya menggunakan aturan perkalian yang mendefinisikan $\frac{d(uv)}{dx} = v \frac{du}{dx} + u \frac{dv}{dx}$. Namun, mahasiswa secara prosedural mengabaikan aturan ini dan langsung menurunkan komponen variabel secara parsial tanpa menjumlahkan hasil perkalian

turunannya. Kesalahan secara teknis terdapat kerancuan dalam manipulasi simbol dan notasi matematika. Penulisan pada baris kedua merupakan kesalahan teknis yang fatal karena mencampuradukkan antara proses penurunan dengan hasil akhir dalam satu baris persamaan yang tidak logis secara aljabar. Simbol $\frac{dy}{dx}$ di sisi kiri muncul tanpa alasan operasional yang jelas. Penempatan variabel dan koefisien yang berdampingan pada penulisan $3x^2y \left(\frac{dy}{dx}\right)$ tanpa operator yang jelas menciptakan pengertian yang ambigu.

Turunan Fungsi Eksponensial

Hasil pekerjaan mahasiswa pada soal 3 untuk turunan fungsi eksponensial disajikan pada Gambar 6 dan Gambar 7.

$$\textcircled{3} \quad y = e^{3x-1} + 5^{2x}$$

$$u = e^{3x-1}, \quad u' = e^{3x-1} \cdot 3$$

$$v = 5^{2x}, \quad v' = 2x \cdot 5^x$$

$$y' = u' + v' \quad \times$$

$$y' = (e^{3x-1} \cdot 3) + (2x \cdot 5^x)$$
 o) ketika $x=0$ maka

$$y' = (e^{3(0)-1} \cdot 3) + (2(0) \cdot 5^{(0)})$$

$$y' = (e^{-1} \cdot 3) + (0 \cdot 1)$$

$$y' = e^{-1} \cdot 3 //$$

Gambar 6. Hasil Pekerjaan Mahasiswa Soal Turunan Fungsi Eksponensial

Gambar 6 secara konseptual, kesalahan mendasar pada pengerjaan soal nomor 3 yang dilakukan mahasiswa terletak pada pemahaman mengenai turunan fungsi eksponensial. Meskipun mahasiswa benar dalam menurunkan fungsi e^{3x-1} menjadi $e^{3x-1} \cdot 3$, namun mahasiswa mengalami kesalahan dalam memahami turunan dari 5^{2x} . Kesalahan prosedural, mahasiswa sebenarnya telah menunjukkan upaya membagi fungsi menjadi dua bagian, yaitu u dan v , serta menuliskan penggunaan aturan penjumlahan $y' = u' + v'$. Namun, terjadi kesalahan dalam menurunkan 5^{2x} yang mengakibatkan hasil pekerjaan yang dilakukan menjadi salah. Ketidakkonsistenan dalam pengerjaan terjadi, karena mahasiswa mampu menurunkan e^{3x-1} tetapi tidak mampu menurunkan 5^{2x} . Proses mencari nilai $\frac{dy}{dx}$ ketika $x = 0$ langkah yang dilakukan tidak mengalami kesalahan, namun hasil yang diperoleh kurang tepat disebabkan hasil turunan yang diperoleh sudah mengalami kesalahan.

3. Dik: $y = e^{3x-1} + 5^{2x}$
 tentukan nilai $\frac{dy}{dx}$ di $x=0$
 $y = u \cdot v + uv'$
 $u = e^{3x-1} \Rightarrow u' = 3e^{3x-1}$
 $v = 5^{2x} \rightarrow v' = (5-2x) \ln 5^{2x} \cdot (-2)$
 $y' = 3e^{3x-1} + (5-2x) (-2 \ln 5^{2x})$

Gambar 7. Hasil Pekerjaan Mahasiswa Soal Turunan Fungsi Eksponensial

Jawaban dari Gambar 7 kesalahan konseptual yang paling mendasar terletak pada ketidakmampuan mahasiswa dalam mengidentifikasi struktur operasi utama dari fungsi tersebut. Soal yang diberikan merupakan fungsi yang sederhana dengan bentuk $y = u + v$ dengan turunannya berbentuk $y' = u' + v'$, namun mahasiswa berpikir bahwa turunannya $y' = u'v + uv'$. Mahasiswa melakukan kesalahan yang sama ketika

menurunkan 5^{2x} . Kesalahan prosedural tertelak pada langkah menurunkan 5^{2x} . Mahasiswa melakukan kesalahan dalam menggunakan aturan rantai dan melakukan kesalahan dengan mencampur adukkan aturan pangkat dengan aturan eksponensial. Prosedur yang dilakukan ketika menurunkan 5^{2x} menjadi $(5 - 2x)(-2\ln 5 \cdot 5^{2x})$ merupakan langkah yang tidak mengikuti rumus turunan secara benar. Kesalahan teknikal juga dilakukan mahasiswa yang kurang teliti dalam membaca pertanyaan yang ada pada soal, seharusnya mahasiswa masih melanjutkan hasil pekerjaannya dengan menghitung nilai y' di $x = 0$.

Penyebab kesalahan ini sesuai dengan temuan penelitian Dahlan & Saharuddin, (2025) bahwa mahasiswa tidak memahami konsep dengan baik, terlalu terburu-buru, dan tidak memperhatikan instruksi soal, F et al., (2025) ketidaktepatan dalam mengikuti langkah-langkah penyelesaian yang benar dan kesalahan dalam manipulasi simbol dan perhitungan, dan Sumargiyani, (2025a) Kesalahan yang terjadi disebabkan oleh mahasiswa tidak dapat menyusun penyelesaian sampai akhir dengan benar dan mahasiswa tidak dapat menggunakan metode atau rumus dengan tepat.

SIMPULAN

Penelitian ini menyimpulkan bahwa kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan persoalan kalkulus diferensial didominasi oleh hambatan prosedural, diikuti oleh kendala konseptual dan teknis. Mahasiswa menunjukkan kelemahan dalam menerapkan aturan rantai, diferensiasi implisit, serta manipulasi aljabar pada fungsi trigonometri dan eksponensial. Faktor utama penyebab kesalahan ini berakar pada rendahnya penguasaan struktur sistematis dalam pemecahan masalah dan ketidaktepatan dalam penggunaan notasi matematika. Implikasi dari temuan ini menegaskan perlunya transformasi strategi pembelajaran yang tidak hanya berfokus pada penghafalan rumus, tetapi juga pada penguatan koneksi antar-konsep dan latihan prosedural yang terstruktur. Dosen pengampu disarankan untuk mengintegrasikan pendekatan diagnostik secara berkala, sehingga mahasiswa dapat membangun fondasi kalkulus yang lebih komprehensif dan akurat.

Daftar Pustaka

- Afdila, N. F., & Roza, Y. (2018). Analisis Kesalahan Siswa Dalam Menyelesaikan. *Lemma Jurnal*, 5(1), 65–72.
- Apriliyanto, B. (2019). Analisis Kesalahan Siswa Dalam Pemecahan Masalah Turunan Fungsi Aljabar Student S ' Error Analysis In Problem Solving Of Algebraic Derivative Function. *Jurnal Komunikasi Pendidikan*, 3(2), 117–125. DOI: <https://doi.org/10.32585/jkp.v3i2.300>
- Ayu, I., Pradnyani, I., Mahayukti, I. G. A., Made, N., & Mertasari, S. (2023). Analisis Kesalahan Siswa Dalam Mengerjakan Soal Cerita Spldv Menurut Tahapan Kastolan Berdasarkan Kecemasan Matematika. *Journal Ikatan Keluarga Alumni Undiksha.*, 21(1), 8–16. DOI: <https://doi.org/10.23887/ika.v21i1.48331>
- Bauk, P., Mamoh, O., & Simarmata, J. E. (2022). Analisis Kesalahan Siswa Menggunakan Tahapan Kastolan Dalam Menyelesaikan Soal Cerita. *Jurnal Range*, 4(1), 28–39. DOI: <https://doi.org/10.32938/jpm.v4i1>
- Curl, D., Narpila, S. D., Sinaga, S. A., Aulia, U. R., & Fitriani, I. (2025). Analisis Kesulitan Mahasiswa Dalam Memahami Materi Kebebasan Lintasan pada Mata Kuliah Kalkulus Vektor. *Jurnal Ilmiah Literasi Indonesia*. 1(1), 168–173. DOI: <https://doi.org/10.63822/m83mra94>
- Dahlan, H., & Saharuddin. (2025). Analisis Kesalahan Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Masalah Program Linear Berdasarkan Teori Kastalon. *Jurnal Pedagogy: Jurnal Pendidikan Matematika*, 10(4), 1854–1870. DOI: <https://doi.org/10.30605/pedagogy.v10i4.7245>
- Danil, M., Gamal, H., Imran, M., & Hasbiyati, I. (2025). Development Of Mathematics Teaching Materials For Calculus At Regency Pengembangan Bahan Ajar Matematika Bidang Kalkulus Tingkat Sma Melalui Pengabdian Masyarakat Di Kabupaten Kepulauan Meranti. *Jurnal Jcommits*, 3(1), 18–27.
- F, S. K., Sari, N., Br, M., & Manurung, S. L. (2025). Identifikasi Kesalahan Mahasiswa Pendidikan Matematika Dalam Menyelesaikan Soal Materi Grup Di Universitas Negeri Medan. *Peshum Jurnal*, 4(3), 4640–4647. DOI: <https://doi.org/10.56799/peshum.v4i3.8604>
- Hajizah, M. N., & Salsabila, E. (2024). Analisis Kesalahan Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Masalah Geometri Analitik Berdasarkan Newman ' S Error Analysis. *Jurnal Plusminus*, 4(1), 191–198.

- Hakim, I. D., Ramlah, & Adirakasiwi, A. G. (2021). Analisis Kesalahan Siswa Smp Dalam Menyelesaikan Soal Pemahaman Konsep Berdasarkan Tahapan Kastolan. *Jurnal Pendidikan Matematika Raflesia*, 6(1), 70–87. DOI: <https://ejournal.unib.ac.id/index.php/jpmr>
- Ijuddin, R., & Fitriawan, D. (2022). Analisis Materi Sulit Dipahami Dan Miskonsepsi Mahasiswa Dalam Mata Kuliah Kalkulus Integral. *Journal Numeracy*, 9(1), 27–38. DOI: <https://doi.org/10.46244/Numeracy.V9i1.1682>
- Mandailina, V., Sucipto, L., Ibrahim, M., & Satriawan, R. (2022). Penggunaan Tools Tutor Maple Dalam Meningkatkan Kemampuan Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Soal Kalkulus Integral. *Jpmb: Jurnal Pemberdayaan Masyarakat Berkarakter*, 5(1), 43–50.
- Raharti, A. D., & Yuniarta, T. N. H. (2020). Identifikasi Kesalahan Matematika Siswa Smp Berdasarkan Tahapan Kastolan. *Journal Of Honai Math*, 3(1), 77–100. DOI: <https://doi.org/10.30862/Jhm.V3i1.114>
- Rusyda, N. A., Rifandi, R., Musdi, Edwin, & Rusdinal. (2022). Analisis Kesalahan Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Masalah Kalkulus Pada Materi Turunan Berdasarkan Newmann`S Error Analysis. *Aksioma*, 11(2), 1514–1523. DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i2.5093>
- Septiani, R. D., & Harisman, Y. (2025). Studi Pemahaman Kalkulus : Uji Kemampuan Mahasiswa Pendidikan Matematika Dalam Perhitungan Integral Dan Diferensial. *Jrpms (Jurnal Riset Pembelajaran Matematika Sekolah)*, 9(1), 28–42. DOI: <https://doi.org/10.21009/Jrpms.091.04>
- Soesanto, R. H. (2021). Tinjauan Analisis Kesalahan Mahasiswa Pada Mata Kuliah Aljabar Linear Berdasarkan Model Tahapan Kastolan. *Jurna De Fermat: Jurnal Pendidikan Matematika*, 4(1), 1–12. DOI: <https://doi.org/10.36277/deferemat.v4i1>
- Suciati, I., & Mailili, W. H. (2022). Analisis Kesalahan Mahasiswa Pada Mata Kuliah Kalkulus Diferensial Materi Turunan. *Equals*, 5(1), 24–33. DOI: <https://doi.org/10.46918/equals.v5i1.1238>
- Sumargiyani. (2025a). Analisis Jenis Dan Penyebab Kesalahan Mahasiswa Dalam Soal Persamaan Diferensial Orde N. *Jupika : Jurnal Pendidikan Matematika Universitas Flores*, 8(1), 121–129. DOI: <https://doi.org/10.37478/jupika.v8i1>
- Sumargiyani. (2025b). Analisis Kesalahan Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Soal Volume Benda Putar Menggunakan Tahapan Kastolan. *Jurnal Pendidikan Mipa*, 15(1), 164–172. DOI: <https://doi.org/10.37630/jpm.v15i1.2433>
- Sumargiyani, & Ainurrahman, M. A. (2024). Analisis Kesalahan Mahasiswa Berdasarkan Tahapan Kastolan Materiluas Daerah Bidang Datar. *Jurnal Pendidikan Mipa*, 14(3), 828–837. DOI: <https://doi.org/10.37630/jpm.v14i3.1937>
- Ulfa, D., & Kartini, K. (2021). Analisis Kesalahan Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Logaritma Menggunakan Tahapan Kesalahan Kastolan. *Cendekia Jurnal*, 05(01), 542–550. DOI: <https://doi.org/10.31004/cendekia.v5i1.507>
- Vhantoria, F. (2022). Analisis Kesalahan Mahasiswa Menyelesaikan Soal Ketaksamaan Yang Melibatkan Nilai Mutlak Berdasarkan Teori Kastolan. *Eksponen*, 12(1). DOI: <https://doi.org/10.47637/Eksponen.V12i1.513>
- Zamista, A. A., Rahmi, H., Sellyana, A., & Desriyati, W. (2020). Persepsi Mahasiswa Terhadap Pembelajaran Dalam Jaringan Untuk Mata Kuliah Kalkulus. *Jurnal Theorems (The Original Research Of Mathematics)*, 5(1), 41. DOI: <https://doi.org/10.31949/Th.V5i1.2214>